

## Úměrnosti

Největší problém pro žáky je rozpoznat rozdíl mezi přímou a nepřímou úměrností. Samotný výpočet bývá již poměrně jednoduchý. Přitom rozlišení lze vyjádřit letitou poučkou:

Čím více tím více                      přímá úměrnost  
Čím více tím méně                      nepřímá úměra

**Př. 1.** Na plnou šedesátilitrovou nádrž ujede auto 800 km. Řidič vyjel polovinu nádrže, potom dotankoval plnou a jel dokud mu nedošel benzin. Kolik ujel kilometrů? Jaká je spotřeba auta (litrů na 100 km)?

*Začneme od konce: Jaká je spotřeba auta?*

↑ 60 litrů                                      800 km ↑  
| x litrů                                      100 km |  
čím **více** litrů, tím **více** kilometrů:

$$\frac{x}{60} = \frac{100}{800}$$
$$x = 60 \cdot \frac{100}{800}$$
$$x = \underline{\underline{7,5 \text{ litru}}}$$

*Kolik ujel kilometrů?*

↑ 7,5 litru                                      100 km ↑  
| 90 litrů                                      x km |  
čím **více** litrů, tím **více** kilometrů:

$$\frac{x}{90} = \frac{100}{7,5}$$
$$x = 100 \cdot \frac{90}{7,5}$$
$$x = \underline{\underline{1\ 200 \text{ km}}}$$

**Spotřeba auta je 7,5 l na 100 km. Na jeden a půl nádrže ujede 1 200 km.**

**Př. 2.** Automobil jezdí s průměrnou spotřebou 7,5 litru na 100 km, ujede na plnou nádrž 800 km. Jakou vzdálenost by ujelo kdyby spotřeba klesla na 7 litru na 100 km?

↓ 7,5 litru                                      800 km ↑  
| 7 litrů                                      x km |  
čím **větší** spotřeba, tím **menší** dojezd:

$$\frac{x}{800} = \frac{7,5}{7}$$
$$x = 800 \cdot \frac{7,5}{7}$$
$$x = \underline{\underline{857,1 \text{ km}}}$$

**S menší spotřebou by auto ujelo přibližně 857,1 km.**

**Př. 3.** Pětikilová kostka o straně 8,62 cm vyrobená z oceli o hustotě  $7800 \text{ kg.m}^{-3}$  má objem 0,64 litru. Jaký objem bude mít pětikilová kostka vyrobená ze dřeva o hustotě  $800 \text{ kg.m}^{-3}$ ?

$\downarrow \frac{7800 \text{ kg.m}^{-3}}{800 \text{ kg.m}^{-3}}$ 
 $\frac{0,64 \text{ litru}}{x \text{ litru}}$   $\uparrow$   
 čím **větší** hustota, tím **menší** objem:

$$\frac{x}{0,64} = \frac{7800}{800}$$

$$x = 0,64 \cdot \frac{78}{8}$$

$$\underline{x = 6,24 \text{ litru}}$$

**Dřevěná kostka má objem 6,24 litru.**

**Př. 4.** 5 čerpadel o výkonu 40 l/s vyčerpá vodu ze sklepa za 30 minut. Za jak dlouho vyčerpají vodu ze sklepa 3 čerpadla o výkonu 60 l/s?

Je lepší úlohu rozložit na dvě: výkon  $x$  počet čerpadel

Výkon:  
 $\downarrow \frac{5 \text{ čerpadel } 40 \text{ l/s}}{5 \text{ čerpadel } 60 \text{ l/s}}$ 
 $\frac{30 \text{ min}}{x \text{ min}}$   $\uparrow$   
 čím **větší** výkon, tím **kratší** doba:

$$\frac{x}{30} = \frac{40}{60}$$

$$x = 30 \cdot \frac{4}{6}$$

$$\underline{x = 20 \text{ minut}}$$

Pět výkonnějších čerpadel by to stihlo za 20 min.  
 Jenže my máme jen tři čerpadla

$\downarrow \frac{5 \text{ čerpadel } 60 \text{ l/s}}{3 \text{ čerpadla } 60 \text{ l/s}}$ 
 $\frac{20 \text{ min}}{x \text{ min}}$   $\uparrow$   
 čím **méně** čerpadel, tím **delší** doba:

$$\frac{x}{20} = \frac{5}{3}$$

$$x = 20 \cdot \frac{5}{3}$$

$$x = 33\frac{1}{3} \text{ minut}$$

**Tři čerpadla o výkonu 60 l/s vyčerpají vodu za 33 minut 20 sekund.**

**Př. 5.** Auto jedoucí průměrnou rychlost  $60 \text{ km.h}^{-1}$  projede úsekem silnice za 2,5 hodiny. Za jak dlouho urazí stejnou vzdálenost osobní automobil jedoucí průměrnou rychlost  $90 \text{ km.h}^{-1}$ ?

↓	$60 \text{ km.h}^{-1}$		$2,5 \text{ h}$	↑
↓	$90 \text{ km.h}^{-1}$		$x \text{ h}$	↑

čím **větší** rychlost, tím **menší** doba:

$$\frac{x}{2,5} = \frac{60}{90}$$

$$x = 2,5 \cdot \frac{2}{3}$$

$$x = 1\frac{2}{3} \text{ hodiny}$$

**Druhému autu bude trvat cesta hodinu a 40 minut.**

**Př. 6.** Pět brigádníků udělá za osm hodin 100 výrobků. Kolik výrobků připraví devět brigádníků za dvanáct hodin?

↓	5 brigádníků	za 8 hodin	100 ks	↑
↓	1 brigádník	za 8 hodin	20 ks	↑
	1 brigádník	za 1 hodinu	2,5 ks	

čím **delší** doba, tím **více** kusů  
čím **více** pracujících, tím **více** kusů

	1 brigádník	za 1 hodinu	2,5 ks
	9 brigádníků	za 12 hodin	$2,5 \cdot 9 \cdot 12 = 270 \text{ ks}$

**Devět brigádníků za dvanáct hodin vyrobí 270 výrobků.**

**Př. 7.** Pět brigádníků okope tři políčka brambor za 12 dní. Kolik dní bude trvat okopání pěti políček osmi brigádníkům?

↓	5 brigádníků	3 pole	za 12 dní	↑
↓	8 brigádníků	5 polí	x dní	↑

opět lépe na dvakrát:

	5 brigádníků	↑ 3 pole	za 12 dní	↑
	5 brigádníků	↑ 5 polí	x dní	↑

čím **víc** polí, tím **delší** doba

$$\frac{x}{12} = \frac{5}{3}$$

$$x = 12 \cdot \frac{5}{3}$$

$$x = 20 \text{ dní}$$

↓ 5 brigádníků      5 polí      za 20 dní ↑  
↓ 8 brigádníků      5 polí      x dní ↑  
čím víc brigádníků, tím **kratší** doba

$$\frac{x}{20} = \frac{5}{8}$$

$$x = 20 \cdot \frac{5}{8}$$

$$\underline{x = 12,5 \text{ dne}}$$

**Stihnou to za 12,5 dne.**