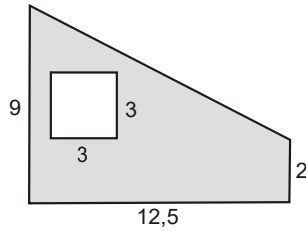


Obsahy a obvody ploch

Př. 1:

Vypočítejte obsah obarvené části. Výpočty zaokrouhľujte na dvě desetinná místa. Údaje jsou v centimetrech:



V principu je obsah vybarvené části obsah lichoběžníka bez malého čtverce.

$$S = S_1 - S_2$$

$$S_1 = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot v \quad S_2 = a^2$$

$$S_1 = \frac{9 + 2}{2} \cdot 12,5 \quad S_2 = 3^2$$

$$S_1 = 68,75 \quad S_2 = 9$$

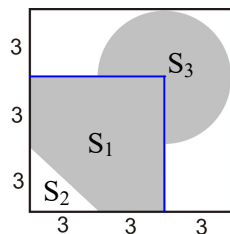
$$S = S_1 - S_2$$

$$S = 68,75 - 9 \text{ cm}^2$$

$$\underline{S = 59,75 \text{ cm}^2}$$

Př. 2:

Vypočítejte obsah a obvod obarvené části. Výpočty zaokrouhľujte na dvě desetinná místa. Údaje jsou v centimetrech:



Pro obsah plochy se jedná o čtverec bez malého trojúhelníku a tři čtvrti kruhu k tomu:

1. čtverec má stranu 6 cm
2. pravouhlý trojúhelník je polovina čtverce o straně 3 cm
3. kruh má poloměr také 3 cm

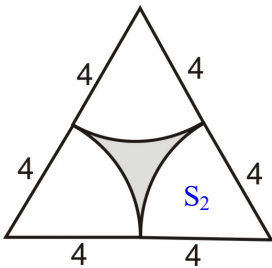
$$S = S_1 - S_2 + S_3$$

$$S = a^2 - \frac{z \cdot v}{2} + \frac{3}{4} \pi r^2$$

$$S = 6^2 - \frac{3 \cdot 3}{2} + \frac{3}{4} \pi 3^2 \text{ cm}^2$$

$$S = 36 - 4,5 + 21,21 \text{ cm}^2$$

$$\underline{S = 52,71 \text{ cm}^2}$$



Na první pohled rovnostranný trojúhelník. Od něj je třeba odečíst části kruhu.

1. obsah rovnostranného trojúhelníku S_1
 - a. výpočet výšky
2. obsah části kruhu S_2
 - a. jak velká část

$$S = S_1 - 3S_2$$

Výška rovnostranného trojúhelníku pomocí Pythagorovy věty (šlo by použít goniom. fce):

$$a^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v^2 = 8^2 - 4^2$$

$$v = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 6,93 \text{ cm}$$

$$S_1 = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$S_1 = \frac{8 \cdot 6,93}{2}$$

$$\underline{S_1 = 27,72 \text{ cm}^2}$$

Rovnostranný trojúhelník má vrcholový úhel $60^\circ \Rightarrow$ do celé kružnice se výseč vejde šestkrát ($360^\circ: 60^\circ = 6$) $\Rightarrow S_2$ je tedy šestina kruhu o poloměru 4 cm.

$$S_2 = \frac{1}{6} \pi r^2$$

$$S_2 = \frac{1}{6} \pi 4^2$$

$$\underline{S_2 = 8,38 \text{ cm}^2}$$

Celkový obsah je tedy:

$$S = S_1 - 3S_2$$

$$S = 27,72 - 8,38 \text{ cm}^2$$

$$\underline{S = 19,34 \text{ cm}^2}$$

Celkový obvod je obvod tří šestin kruhu:

$$o = 3 \cdot \frac{2\pi r}{6}$$

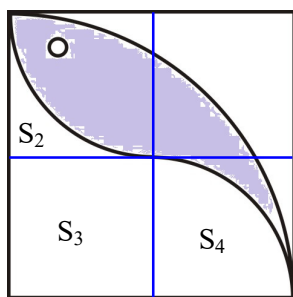
$$o = 3 \cdot \frac{2\pi \cdot 4}{6}$$

$$\underline{o = 12,57 \text{ cm}}$$

Př. 3:

Rybička z plechu je vyražena ze čtverce o straně 8 cm. Středů kružnic leží ve vrcholu a ve středech stran čtverce. Oko má průměr 1 cm.

- vypočtete obvod rybičky
- vypočtete obsah rybičky
- kolik gramů bude rybička vážit, je-li tloušťka plechu 2 mm a hustota plechu $5\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$



Obvod rybičky:

- hřbet: čtvrt kruhu o poloměru 8cm
- břicho: dva čtvrtkruhy o poloměru 4 cm (jsou dohromady stejně dlouhé jako 1)

Obsah rybičky:

- S_1 – čtvrt kruhu o poloměru 8cm
- S_2 – zbytek za čtverce po odečtení čtvrtkruhu
- S_3 – čtverec
- S_4 – čtvrtkruh
- S_5 – oko

Obvod rybičky:

$$o = \frac{2\pi r_1}{4} + 2 \cdot \frac{2\pi r_2}{4}$$

$$o = \frac{2\pi 8}{4} + 2 \cdot \frac{2\pi 4}{4}$$

$$\mathbf{o = 8\pi \text{ cm} = 25,13 \text{ cm}}$$

Obsah rybičky:

$$S = S_1 - S_2 - S_3 - S_4 - S_5$$

$$S_1 = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$S_2 = a^2 - \frac{\pi r_1^2}{4}$$

$$S_3 = a^2$$

$$S_4 = \frac{\pi r_1^2}{4}$$

$$S_5 = \pi r_2^2$$

$$S_1 = \frac{\pi 8^2}{4}$$

$$S_2 = 4^2 - \frac{\pi 4^2}{4}$$

$$S_3 = 4^2$$

$$S_4 = \frac{\pi 4^2}{4}$$

$$S_5 = \pi 0,5^2$$

$$\mathbf{S_1 = 16\pi}$$

$$\mathbf{S_2 = 16 - 4\pi}$$

$$\mathbf{S_3 = 16}$$

$$\mathbf{S_4 = 4\pi}$$

$$\mathbf{S_5 = 0,25\pi}$$

$$(S_1 = 50,27 \text{ cm}^2)$$

$$S_2 = 3,43 \text{ cm}^2$$

$$S_3 = 16 \text{ cm}^2$$

$$S_4 = 12,57 \text{ cm}^2$$

$$S_5 = 0,79 \text{ cm}^2)$$

$$S = S_1 - S_2 - S_3 - S_4 - S_5$$

$$S = 16\pi - (16 - 4\pi) - 16 - 4\pi - 0,25\pi$$

$$S = 16\pi - 16 + 4\pi - 16 - 4\pi - 0,25\pi$$

$$S = 16\pi - 32$$

$$\mathbf{S = 18,27 \text{ cm}^2}$$

Hmotnosť rybičky:

pro hmotnosť musíme znáť objem

$$m = ?$$

$$\rho = 5\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$V = S_p \cdot v$$

$$V = 18,27 \text{ cm}^2 \cdot 0,2 \text{ cm}$$

$$V = 3,654 \text{ cm}^3$$

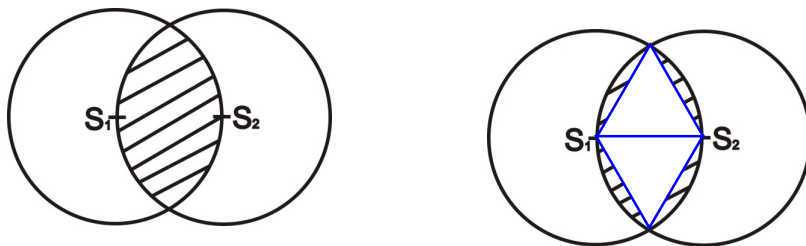
$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot 3,654 \text{ cm}^3$$

$$\mathbf{m = 18,27 \text{ g}}$$

Př. 4:

Dva stejně velké kruhy o průměru 48 cm se překrývají tak, že hranice jednoho prochází středem druhého kruhu. Vypočítejte obvod a obsah průniku obou kruhů (vyšrafované společné části):



Protože jsou kružnice stejně velké, jedná se o rovnostranné trojúhelníky (všechny strany tvoří poloměr \Rightarrow úhly v trojúhelníku jsou 60°).

Obvod:

jedná se o dvě části kružnice vymezené úhlem 120° ($60 + 60$) \Rightarrow jsou to třetiny kružnice

$$o = 2 \cdot \frac{2\pi r}{3}$$

$$o = 2 \cdot \frac{2\pi 24}{3}$$

$$\underline{o = 16\pi \text{ cm}}$$

$$\underline{o = 50,27 \text{ cm}}$$

Obsah:

S_1 – rovnostranný trojúhelník

výška trojúhelníku viz. příklad 2b)

S_2 – po straně rozdíl mezi šedesátistupňovou výsečí a rovnostranným trojúhelníkem

$$S = 2S_1 + 4S_2$$

$$S_1 = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$S_2 = \frac{\pi r^2}{6} - S_1$$

$$S_1 = \frac{24 \cdot 20,78}{2} \text{ cm}^2$$

$$\underline{S_1 = 249,36 \text{ cm}^2}$$

$$S_2 = \frac{\pi 24^2}{6} - 249,36 \text{ cm}^2$$

$$\underline{S_2 = 52,23 \text{ cm}^2}$$

$$S = 2S_1 + 4S_2$$

$$S = 2 \cdot 249,36 + 4 \cdot 52,23 \text{ cm}^2$$

$$\underline{S = 707,64 \text{ cm}^2}$$