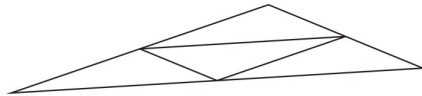


Užití podobnosti

Př. 1. Střední příčky rozdělí trojúhelník ABC o stranách $a = 7$ cm, $b = 9$ cm a $c = 11$ cm na čtyři menší trojúhelníky. Který z nich je podobný původnímu trojúhelníku ABC?

Vzhledem k rovnoběžnosti středních příček se stranami trojúhelníka jsou podobné všechny čtyři trojúhelníky.



Př. 2. Člověk vysoký 160 cm vrhá na rovině stín 1,96 metru dlouhý. Jak dlouhý stín bude vrhat komín vysoký 14 metrů?

Stín vzniká u obou pod stejným úhlem, oba trojúhelníky jsou si podobné (pokud člověk i komín stojí rovně): odpovídající strany jsou ve stejném poměru:

$$\frac{1,60}{1,96} = \frac{14}{x}$$
$$x = \frac{196}{160} \cdot 14$$

$$\underline{x = 17,15 \text{ metru}}$$

Př. 3. Trojúhelník ABC vznikl trojnásobným zvětšením stran trojúhelníku KLM ($k = 8$ cm, $l = 6$ cm, $m = 5$ cm). Kolikrát větší bude jeho obvod a obsah?

Všechny rozměry trojúhelníku ABC jsou třikrát větší (i výška), odtud i bez znalosti původní výšky vyplývá:

$$S_{KLM} = \frac{a \cdot v}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{3a \cdot 3v}{2}$$

$$S_{KLM} = \frac{av}{2}$$

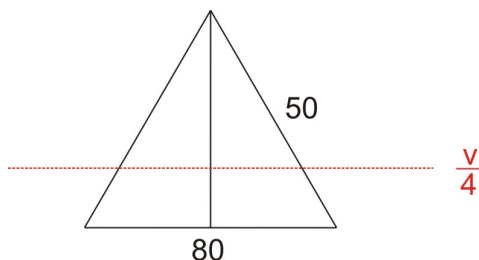
$$S_{ABC} = \frac{9av}{2}$$

$$S_{KLM} = \frac{av}{2}$$

$$S_{ABC} = 9 \frac{av}{2}$$

$$\underline{S_{ABC} = 9 S_{KLM}}$$

Př. 4. Rovnoramenný trojúhelník o základně 80 cm a ramenech 50 cm byl rozříznut vodorovně v jedné čtvrtině své výšky. Vypočti poměr obsahů vzniklých obrazců.



K výpočtům budeme jistě potřebovat původní výšku.

$$v^2 = s^2 - \left(\frac{z}{2}\right)^2$$

$$v_n = 30 \cdot \frac{3}{4}$$

$$v^2 = 50^2 - 40^2$$

$$\underline{v_n = 22,5 \text{ cm}}$$

$$v = \sqrt{900}$$

$$\underline{v = 30 \text{ cm}}$$

Starý trojúhelník a nový „uříznutý“ trojúhelník mají stejné úhly \Rightarrow jsou si podobné.
Poměr zmenšení je

$$k = \frac{v_n}{v}$$

$$k = \frac{22,5}{30} = \frac{3}{4}$$

Základna zmenšeného trojúhelníku tedy bude:

$$z_n = \frac{3}{4}z$$

$$z_n = \frac{3}{4}80$$

$$\underline{z_n = 60 \text{ cm}}$$

Poměr obsahů lichoběžníku a trojúhelníku již snadno vypočteme:

$$S_{\Delta} = \frac{z_n \cdot v_n}{2} \qquad S_L = \frac{z + z_n}{2} \cdot \frac{v}{4}$$

$$S_{\Delta} = \frac{60 \cdot 22,5}{2} \qquad S_L = \frac{80 + 60}{2} \cdot \frac{30}{4}$$

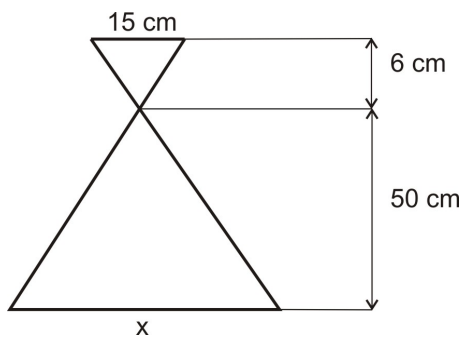
$$S_{\Delta} = 675 \text{ cm}^2 \qquad S_L = 525 \text{ cm}^2$$

$$\frac{S_{\Delta}}{S_L} = \frac{675}{525}$$

$$\frac{S_{\Delta}}{S_L} = \frac{9}{7}$$

$$\underline{\underline{S_{\Delta} : S_L = 9 : 7}}$$

Př. 5. Přesýpací hodiny byly vyrobeny netradičně s horní nádobou menší (viz obr.). Vypočtěte délku jejich spodní základny.



Horní a dolní trojúhelník jsou si podobné. Koeficient podobnosti určíme z poměru výšek:

$$\frac{6}{50} = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{50}{6} \cdot 15$$

$$\underline{\underline{x = 125 \text{ cm}}}$$