

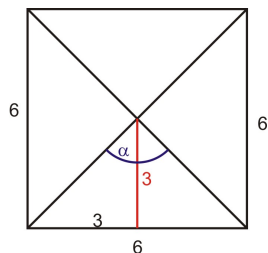
## Užití goniometrických funkcí

Goniometrické funkce užíváme při výpočtech s úhly. Zpravidla vždy hledáme **pravoúhlý trojúhelník**, ve kterém bychom mohli využít funkce k dopočítání dalších rozměrů.

**Př. 1.** Jaký úhel svírají úhlopříčky ve čtverci o straně 6 cm?

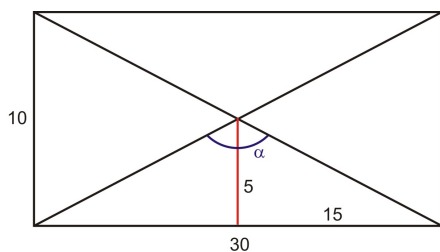
*Měl bych vědět, že v každém čtverci svírají úhlopříčky vždy pravý úhel*

*Výpočet:*



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) &= \frac{3}{3} & \frac{\alpha}{2} &= 45^\circ \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) &= 1 & \underline{\underline{\alpha}} &= \underline{\underline{90^\circ}} \\ \frac{\alpha}{2} &= \operatorname{tg}^{-1} 1 \end{aligned}$$

**Př. 2.** Jaký úhel svírají úhlopříčky v obdélníku o stranách 10 x 30 cm?

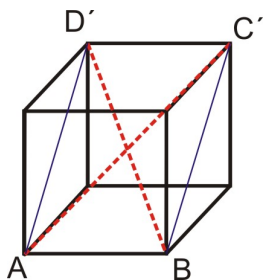


$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) &= \frac{15}{5} & \frac{\alpha}{2} &= 71^\circ 34' \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) &= 3 & \underline{\underline{\alpha}} &= \underline{\underline{143^\circ 8'}} \\ \frac{\alpha}{2} &= \operatorname{tg}^{-1} 3 \end{aligned}$$

*Úhlopříčky svírají úhel  $36^\circ 52'$ .*

**Př. 3.** Jaký úhel svírají tělesové úhlopříčky v krychli o straně 20 cm?

*Při vhodném nákresu se úloha redukuje na úhlopříčky v obdélníku  $ABC'D'$ :*



$$\begin{aligned} |AD'|^2 &= a^2 + a^2 \\ |AD'|^2 &= 20^2 + 20^2 \\ |AD'| &= \sqrt{800} \\ \underline{\underline{|AD|}} &= \underline{\underline{28,28 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{|AD|}{2}}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{10}{14,14}\right)$$

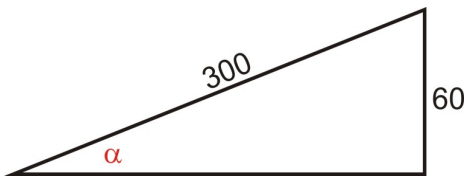
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{10}{14,14}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 35^{\circ}16'$$

$$\underline{\alpha = 70^{\circ}32'}$$

**Př. 4.** Rovná silnice dlouhá tři sta metrů vystoupá na kopec vyčnívající 60 metrů nad okolím. Pod jakým úhlem stoupá silnice?

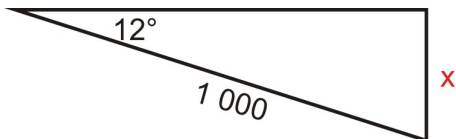
*Pozor na správné přiřazení délek:*



$$\sin \alpha = \frac{60}{300}$$

$$\alpha = 11^{\circ}32'$$

**Př. 5.** Kilometr dlouhý úsek rovné silnice je označen značkou klesání 12°. O kolik metrů klesneme vzhledem k začátku kopce po jeho ujetí?



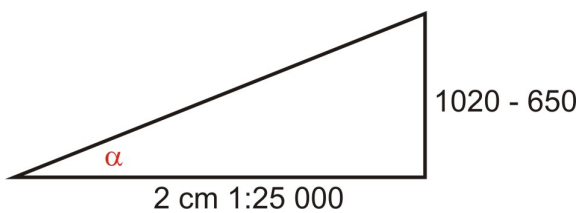
$$\sin 12^{\circ} = \frac{x}{1000}$$

$$x = 1000 \cdot \sin 12^{\circ}$$

$$\underline{x = 208 \text{ m}}$$

**Př. 6.** Lanovka je na mapě v měřítku 1:25000 vyznačena úsečkou dlouhou 2 cm. Spojuje místa s nadmořskou výškou 650 m. n. m. a 1020 m. n. m. Jaký je úhel stoupání lanovky?

*Mapa udává vzdálenosti vzdušnou čarou. Převýšení lanovky je rozdíl nadmořských výšek.*



$$2 \text{ cm } 1:25\,000$$

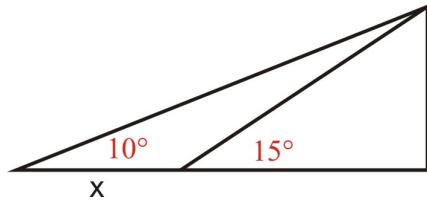
$$d = 2 \cdot 25\,000 \text{ cm}$$

$$\underline{d = 50\,000 \text{ cm} = 500 \text{ m}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1020 - 650}{500}$$

$$\underline{\alpha = 36^{\circ}30'}$$

**Př. 7.** Vrchol věže vysoké 90 metrů vidím na planině pod úhlem  $10^\circ$ . Přijdu-li o něco blíže, vidím její vrchol pod úhlem  $15^\circ$ . Kolik metrů blíže jsem popošel?



90 Vypočteme původní vzdálenost, potom novou vzdálenost a zjistíme tak jejich rozdíl.

$$\operatorname{tg}10^\circ = \frac{90}{p}$$

$$p = \frac{90}{\operatorname{tg}10^\circ}$$

$$\underline{p = 510,4 \text{ m}}$$

$$\operatorname{tg}15^\circ = \frac{90}{n}$$

$$n = \frac{90}{\operatorname{tg}15^\circ}$$

$$\underline{n = 335,9 \text{ m}}$$

$$x = p - n$$

$$x = 510,4 - 335,9$$

$$\underline{x = 174,5 \text{ metru}}$$